

第3讲 一元二次方程的实际应用练习

一、增长率问题

练习

1. 2020~2021学年天津河东区初三上学期期末第11题3分 ★★

为防止疫情扩散，佩戴口罩成为疫情期间有效防范措施之一，某工厂为了能给市面上提供充足的口罩，第一个月至第三个月生产口罩由 67500 袋增加到 90000 袋，设该工厂第一个月至第三个月生产口罩平均每月增长率为 x ，则可列方程为（ ）。

- A. $67500(1+2x) = 90000$
- B. $67500 + 67500(1+x) + 67500(1+x)^2 = 90000$
- C. $67500 \times 2(1+x) = 90000$
- D. $67500(1+x)^2 = 90000$

【答案】 D

【解析】 设增长率为 x ，

而第一个月的口罩生产为 67500 袋，

则第二个月的生产量为 $67500(1+x)$ 袋，

则第三个月的生产量为 $67500(1+x)^2$ 袋，

那么可以列的方程： $67500(1+x)^2 = 90000$ 。

故选 D。

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

2. 2019~2020学年9月天津和平区天津市兴南中学初三上学期月考（南开中学）第13题3分 ★★

制造一种产品，原来的成本是每件 200 元，由于连续两次降低成本，现在每件产品的成本是 162 元，则平均每次成本的降低率为 _____。

【答案】 10%

【解析】 设平均每次成本的降低率为 x ，

则： $200(1-x)^2 = 162$ ，

解得： $x_1 = 0.1$ ， $x_2 = 1.9$ （舍），

故降低率为 10%。

故答案为：10% .

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

3. ★★★

据报道，我国农作物秸秆的资源巨大，但合理利用量十分有限，某地区 2011 年的利用率只有 30%，大部分秸秆被直接焚烧了，假定该地区每年产出的农作物秸秆总量不变，且合理利用量的增长率相同，要使 2013 年的利用率提高到 60%，求每年的增长率 . (取 $\sqrt{2} \approx 1.41$)

【答案】设该地区每年产出的农作物秸秆总量为 a ，合理利用量的增长率是 x .

$$\text{由题意得： } 30\%a(1+x)^2 = 60\%a$$

$$\text{即 } (1+x)^2 = 2$$

$$\therefore x_1 \approx 0.41, x_2 \approx -2.41 (\text{不合题意舍去}) .$$

$$\therefore x \approx 0.41 .$$

答：该地区每年秸秆合理利用量的增长率约为 41% .

【解析】设该地区每年产出的农作物秸秆总量为 a ，合理利用量的增长率是 x .

$$\text{由题意得： } 30\%a(1+x)^2 = 60\%a$$

$$\text{即 } (1+x)^2 = 2$$

$$\therefore x_1 \approx 0.41, x_2 \approx -2.41 (\text{不合题意舍去}) .$$

$$\therefore x \approx 0.41 .$$

答：该地区每年秸秆合理利用量的增长率约为 41% .

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

4. 2016年湖北黄冈黄州区湖北黄冈中学初三中考二模第16题7分 ★★

某养殖户每年的养殖成本包括固定成本和可变成本，其中固定成本每年均为 4 万元，可变成本逐年增长 . 已知该养殖户第一年的可变成本为 3 万元，如果该养殖户第三年的养殖成本为 7.63 万元，求可变成本平均每年增长的百分率 .

【答案】 10% .

【解析】设可变成本平均每年增长的百分率为 x ，

$$3(1+x)^2 = 7.63 - 4 ,$$

$$\text{解得， } x = 0.1 \text{ 或 } x = -2.1 (\text{舍去}) ,$$

即可变成本平均每年增长的百分率是 10% .

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

练习

5. 2013~2014学年湖南长沙雨花区湖南广益实验中学初二下学期期中第7题2分 ★

某农机厂四月份生产零件 50 万个，第二季度共生产零件 182 万个．设该厂五、六月份平均每月的增长率为 x ，那么 x 满足的方程是（ ）．

A. $50(1+x)^2 = 182$

B. $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 182$

C. $50(1+2x) = 182$

D. $50 + 50(1+x) + 50(1+2x)^2 = 182$

【答案】 B

【解析】 依题意得五、六月份的产量为 $50(1+x)$ 、 $50(1+x)^2$ ，
 $\therefore 50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 182$ ．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

6. 2019~2020学年天津武清区初三上学期中第18题3分 ★★

某林场 2015 年造林 100 公顷，以后造林面积逐年增长，到 2017 年三年共造林 331 公顷．若设林场面积的年平均增长率为 x ，则可以列出方程为 _____．

【答案】 $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 331$

【解析】 后两年平均每年的造林增长率是 x ，根据题意，
 $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 331$ ．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

7. 2019~2020学年11月天津南开区天津市育贤中学初三上学期月考第14题3分 ★★

某机械厂七月份生产零件 50 万个，计划八、九月份共生产零件 146 万个，设八、九月份平均每月的增长率为 x ，那么 x 满足的方程是 _____．

【答案】 $50(1+x) + 50(1+x)^2 = 146$

【解析】 根据题意得：八月份生产零件为 $50(1+x)$ （万个）；
九月份生产零件为 $50(1+x)^2$ （万个），
则 x 满足的方程是 $50(1+x) + 50(1+x)^2 = 146$ ．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

8.

2019~2020学年四川绵阳涪城区绵阳南山中学双语学校初三上学期单元测试《一元二次方程》第24题6分

★★★

某地区开展“科技下乡”活动三年来，接受科技培训的人员累计达 95 万人次，其中第一年培训了 20 万人次．求每年接受科技培训的人次的平均增长率．

【答案】 50% ．

【解析】 设每年的平均增长率为 x ，

$$20 + 20(1+x) + 20(1+x)^2 = 95 ,$$

$$1 + (1+x) + (1+x)^2 = \frac{95}{20} ,$$

$$1 + 1 + x + x^2 + 2x + 1 = \frac{95}{20} ,$$

$$x^2 + 3x = \frac{7}{4} ,$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 4 ,$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 4 ,$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm 2 ,$$

$$x = \pm 2 - \frac{3}{2} ,$$

$$x_1 = \frac{1}{2} , x_2 = -\frac{7}{2} \text{ (舍去)} ,$$

故每年的平均增长率为 50% ．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

练习

9. 2019~2020学年12月天津河东区天津市育才中学初三上学期月考第19题3分 ★★

已知某产品的成本两年降低了 75% ，则平均每年降低 _____ ．

【答案】 50%

【解析】 设平均每年降低 x ，

$$(1-x)^2 = 1 - 75% ,$$

解得 $x = 0.5 = 50\%$ 或 $x = 1.5$ (舍去) ．

故平均每年降低 50% ．

故答案为： 50% ．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

10. 2019~2020学年10月天津河东区天津市育才中学初三上学期月考第16题3分 ★★

某产品的价格经过两次降价后，降低到原来的 64%，平均每次的降低的百分率是 _____ .

【答案】 20%

【解析】 设平均每次降低的百分率是 x .

第一次降价后的价格为 $100 \times (1 - x)$, 第二次降价后的价格为 $100 \times (1 - x)(1 - x)$,

$$\therefore 100 \times (1 - x)^2 = 64 ,$$

解得 : $x = 0.2$ 或 $x = 1.8$,

$$\because 0 < x < 1 ,$$

$$\therefore x = 0.2 = 20% ,$$

$\therefore$ 平均每次降低的百分率是 20% .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

练习

11. 2020年安徽合肥包河区初三中考二模第16题8分 ★★★

某旅游景区今年 5 月份游客人数比 4 月份增加了 44% , 6 月份游客人数比 5 月份增加了 21% , 求 5 月、6 月游客人数的平均增长率 .

【答案】 32% .

【解析】 设 5 月份 , 6 月份游客人数平均增长率为 x , 4 月份游客有 a 人 , 由题意得 :

$$a(1 + 44\%)(1 + 21\%) = a(1 + x)^2$$

$$(1 + x)^2 = 1.44 \times 1.21$$

$$x + 1 = \pm 1.32$$

$$x_1 = 0.32 = 32\% , x_2 = -2.32 \text{ (舍去)} .$$

答 : 5 , 6 月份游客平均增长率为 32% .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

12. 2017~2018学年10月江苏南京江宁区南京东山外国语学校初三上学期月考第23题8分 ★★★

某农场去年种植南瓜 10 亩 , 总产量为 20000 公斤 , 今年该农场扩大了种植面积 , 并引进新品种 , 使总产量增长到 60000 公斤 . 已知种植面积的增长率是平均亩产量增长率的 2 倍 , 求平均亩产量的增长率 .

【答案】 50% .

【解析】 设南瓜亩产量增长率为 x ，种植面积增长率就为 $2x$ ，

根据题意，得

$$10 \times (1 + 2x) \times \frac{20000}{10} \times (1 + x) = 60000,$$

整理，得

$$2x^2 + 3x - 2 = 0.$$

解得 $x_1 = \frac{1}{2}$ ， $x_2 = -2$ （舍去）。

即南瓜亩产量增长率为 50%。

【标注】【知识点】一元二次方程的增长率问题

二、利润问题

练习

13. 2019~2020学年10月天津河东区天津市育才中学初三上学期月考第23题8分 ★★

水果商场经销一种高档水果，如果每千克盈利 10 元，每天可售出 600 千克，经市场调查发现，在进价不变的情况下，出售价格每涨价 1 元，日销售量将减少 10 千克，现该商场要保证每天盈利 10000 元，同时又要使顾客得到实惠，你若是本店的经理，决定每千克应涨价多少元？

【答案】 10 元。

【解析】 设每千克应涨价 x 元，

依题意得方程： $(600 - 10x)(10 + x) = 10000$ ，

整理，得 $x^2 - 50x + 400 = 0$ ，

解这个方程，得 $x_1 = 40$ ， $x_2 = 10$ ，

要使顾客得到实惠，应取 $x = 10$ 。

答：每千克水果应涨价 10 元。

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

14. 2020~2021学年10月天津和平区天津市第五十五中学初三上学期月考第23题10分 ★★★

某商店经营旅游纪念品，进价为每个 5 元，若以每个 16 元的价格出售，每天可以售出 150 个，商店为了尽量增加销量，决定降价销售（根据市场调查，单价每降低 1 元，每天可多售出 50 个，但售价不得低于进价），单价降低 x 元销售后。

（1）若要使每天利润为 2250 元，应该降价多少元？

（2）若要使每天获利最大，问每个旅游纪念品的销售价格应为多少元？

【答案】 (1) 2元或 6元 .

(2) 12元 .

【解析】 (1) 由题得：设每天的利润为 y ,

$$\therefore y = (150 + 50x)(16 - 5 - x)$$

$$= 50(3 + x)(11 - x)$$

$$= -50x^2 + 400x + 1650 ,$$

$$\text{当 } y = 2250 \text{ 时, } -50x^2 + 400x + 1650 = 2250 ,$$

$$\text{化简得: } x^2 - 8x + 12 = 0 ,$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0 ,$$

$$x = 2 \text{ 或 } x = 6 ,$$

又: 售价不低于进价 ,

$$\therefore 0 \leq x \leq 11 ,$$

$\therefore$ 应降价 2元或 6元 .

$$(2) y = -50x^2 + 400x + 1650$$

$$= -50(x^2 - 8x + 16 - 16) + 1650$$

$$= -50(x - 4)^2 + 2450 ,$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 11 ,$$

$$\therefore \text{当 } x = 4 \text{ 时, } y_{\max} = 2450 ,$$

此时销售价格为 $16 - 4 = 12$ (元) ,

故要使每天利润最大, 应降价 4元, 销售价格为 12元 .

【标注】【知识点】二次函数的利润问题

15. 2020~2021学年10月天津南开区天津市第五十中学初三上学期月考第24题 ★★

某超市销售一种饮料, 平均每天可售出 100箱, 每箱利润为 120元, 为了扩大销售, 增加利润, 超市准备适当降价, 据测算, 若每箱降价 1元, 每天可多售出 2箱, 如果要使每天销售饮料获利 14000元, 问每箱应降价多少元?

【答案】 50元 .

【解析】 设要使每天销售饮料获利 14000元, 每箱应降价 x 元, 依据题意列方程得:

$$(120 - x)(100 + 2x) = 14000 ,$$

$$\text{整理得 } x^2 - 70x + 1000 = 0 ,$$

$$\text{解得 } x_1 = 20 , x_2 = 50 .$$

$\therefore$ 扩大销售 ,

$$\therefore x = 50 .$$

答：每箱应降价 50 元，可使每天销售饮料获利 14000 元。

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

练习

16. 2019~2020 学年江苏无锡宜兴市初三上学期期中（宜城环科园联盟、和桥联盟）第 21 题 8 分 ★★★

为加快新旧动能转换，提高公司经济效益，某公司决定对近期研发出的一种电子产品进行降价促销，使生产的电子产品能够及时售出，根据市场调查：这种电子产品销售单价定为 200 元时，每天可售出 300 个；若销售单价每降低 1 元，每天可多售出 5 个。已知每个电子产品的固定成本为 100 元，问这种电子产品降价后的销售单价为多少元时，公司每天可获利 32000 元？

【答案】 180。

【解析】 设这种电子产品降价后的销售单价为 x 元，则降价后每天可售出 $[300 + 5(200 - x)]$ 个，

依题意，得： $(x - 100)[300 + 5(200 - x)] = 32000$ ，

整理，得： $x^2 - 360x + 32400 = 0$ ，

解得： $x_1 = x_2 = 180$ 。

$180 < 200$ ，符合题意。

答：这种电子产品降价后的销售单价为 180 元时，公司每天可获利 32000 元。

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

17. 2020 年江苏南京建邺区初三中考一模第 22 题 8 分 ★★

某商场将进价每件 30 元的衬衫以每件 40 元销售，平均每月可售出 600 件，为了增加盈利，商场采取涨价措施，若在一定范围内，衬衫的单价每涨 1 元，商场平均每月会少售出 10 件，为了实现平均每月 10000 元的销售利润，这种衬衫每件的价格应定为多少元？

【答案】 50 元或 80 元。

【解析】 设这种衬衫每件价格定位 x 元，

由题意得

$$(x - 30)[600 - 10(x - 40)] = 10000$$

$$x^2 - 130x + 4000 = 0$$

$$(x - 50)(x - 80) = 0,$$

$$x = 50 \text{ 或 } x = 80.$$

答：这种衬衫每件价格定位 50 元或 80 元。

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

18. 2019~2020学年广东深圳龙岗区初三上学期期末第20题7分 ★★

某超市经销一种成本为 40元/kg的水产品，市场调查发现，按 50元/kg销售，一个月能售出 500kg，销售单位每涨 1元，月销售量就减少 10kg，针对这种水产品的销售情况，超市在月成本不超过 10000元的情况下，使得月销售利润达到 8000元，销售单价应定为多少？

【答案】销售单价定为 80元．

【解析】设销售单价定为 x 元，根据题意得：

$$(x - 40)[500 - (x - 50) \div 0.1] = 8000,$$

$$\text{解得：} x_1 = 60, x_2 = 80,$$

$$\text{当售价为 } 60 \text{ 时，月成本 } [500 - (60 - 50) \div 0.1] \times 40 = 16000 > 10000,$$

所以舍去．

$$\text{当售价为 } 80 \text{ 时，月成本 } [500 - (80 - 50) \div 0.1] \times 40 = 8000 < 10000.$$

答：销售单价定为 80元．

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

练习

19.

2020~2021学年江苏常州天宁区常州市第二十四中学初三上学期期中（二十四中教育集团）第23题

★★

一家水果店以每斤 2元的价格购进某种水果若干斤，然后以每斤 4元的价格出售，每天可售出 100斤，通过调查发现，这种水果每斤的售价每降低 0.1元，每天可多售出 20斤．

（1）若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是多少斤（用含 x 的代数式表示）．

（2）销售这种水果要想每天盈利 300元，且保证每天至少售出 260斤，那么水果店需将每斤的售价降低多少元？

【答案】（1） $100 + 200x$ ．

（2）1元．

【解析】（1） $100 + \frac{x}{0.1} \times 20 = 100 + 200x$ ．

（2）由题意得： $(4 - 2 - x)(100 + 200x) = 300$ ，解得 $x_1 = \frac{1}{2}$ ， $x_2 = 1$ ，

当 $x = \frac{1}{2}$ 时，销售量是 $100 + 200 \times \frac{1}{2} = 200 < 260$ ，舍去，

当 $x = 1$ 时，销售量是 $100 + 200 \times 1 = 300 > 260$ ，符合题意，

故水果店需将每斤的售价降低 1元．

20. 2019~2020学年江苏无锡梁溪区无锡市南长实验中学初三上学期期中第23题8分 ★★★

山西特产专卖店销售核桃，其进价为每千克 40 元，按每千克 60 元出售，平均每天可售出 100 千克，后来经过市场调查发现，单价每降低 2 元，则平均每天的销售量可增加 20 千克，若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2240 元，请回答：

(1) 每千克核桃应降价多少元？

(2) 在平均每天获利不变的情况下，为尽可能让利于顾客，赢得市场，该店应按原售价的几折出售？

【答案】(1) 每千克核桃应降价 4 元或 6 元．

(2) 该店应按原售价的九折出售．

【解析】(1) 方法一：设每千克核桃应降价 x 元．

根据题意，得 $(60 - x - 40) \left(100 + \frac{x}{2} \times 20\right) = 2240$ ．

化简，得 $x^2 - 10x + 24 = 0$ ，

解得 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 6$ ，

答：每千克核桃应降价 4 元或 6 元．

方法二：设每千克核桃降价 $2a$ 元，

单件利润： $(60 - 2a - 40)$ 元 / 千克，

数量： $(100 + 20 \cdot a)$ 千克，

获利： $2240 = (60 - 40 - 2a)(100 + 20a)$ ，

$(20 - 2a)(100 + 20a) = 2240$ ，

$(10 - a)(5 + a) = 56$ ，

$-a^2 + 5a + 50 = 56$ ，

$a^2 - 5a + 6 = 0$ ，

$(a - 2)(a - 3) = 0$ ，

$a_1 = 2$ ， $a_2 = 3$ ，

降价 $2a_1 = 4$ 元， $2a_2 = 6$ 元，

答：每千克应降价 4 元或 6 元．

(2) 由 (1) 可知每千克核桃可降价 4 元或 6 元．

∵ 要尽可能让利于顾客，

∴ 每千克核桃应降价 6 元．

此时，售价为： $60 - 6 = 54$ (元)，

$\frac{54}{60} \times 100\% = 90\%$ ．

答：该店应按原售价的九折出售．

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

21.

2019~2020学年山东烟台芝罘区山东省烟台第二中学东校区初三下学期单元测试《一元二次方程》第16题12分

★★

某超市购进一批价格为每千克 3 元的橘子，根据市场预测，该种橘子每千克售价 4 元时，每天能售出 500 千克，并且售价每上涨 0.1 元，其销售量将减少 10 千克，物价部门规定，该种橘子的售价不能超过进价的 200% . 请你利用所学知识帮助超市给这种橘子定价，使得超市每天销售这种橘子的利润为 800 元 .

【答案】这种橘子定价为 5 元每千克，超市每天售价这种橘子利润为 800 元 .

【解析】设这种橘子售价为 x 元每千克，

$$\text{由题意得 } (x - 3) \left(500 - 10 \cdot \frac{x - 4}{0.1} \right) = 800 ,$$

$$\text{化简得 } x^2 - 12x + 35 = 0 ,$$

$$(x - 5)(x - 7) = 0 ,$$

$$x_1 = 5 , x_2 = 7 .$$

∵ 橘子售价不能超过进价 200% .

$$\therefore x \leq 3 \times 200\% ,$$

$$x \leq 6 ,$$

$$\therefore x = 5 .$$

答：这种橘子定价为 5 元每千克，超市每天售价这种橘子利润为 800 元 .

【标注】【知识点】一元二次方程的利润问题

三、 传染问题

|| 练习

22. 2020~2021学年10月天津和平区天津市益中学校初三上学期月考第7题3分 ★★

某种细胞分裂，一个细胞经过两轮分裂后，共有 a 个细胞，设每轮分裂中平均一个细胞分裂成 n 个细胞，那么可列方程为 () .

A. $n^2 = a$

B. $(1 + n)^2 = a$

C. $1 + n + n^2 = a$

D. $n + n^2 = a$

【答案】 A

【解析】 第一轮分裂成 n 个细胞，第二轮分裂成 n^2 个细胞，那么可列方程为 $n^2 = a$.

故选 A .

【标注】【知识点】一元二次方程的其他实际问题

23. 2019~2020学年10月山西太原小店区志达中学初三上学期月考第15题3分 ★★

有一人患了红眼病，经过两轮传染后共有 144 人患了红眼病，设每轮传染病中平均一个人传染了 x 个人，则可列方程为 _____ .

【答案】 $x + 1 + x(x + 1) = 144$

【解析】 设每轮传染中平均一个人传染的人数为 x 人，由题意得： $x + 1 + x(x + 1) = 144$.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

24. 2019~2020学年4月河北石家庄桥西区石家庄创新国际学校初二下学期月考第33题10分 ★★

本次疫情期间，某地的监测数据显示，有 1 人感染了新冠肺炎，经过两轮传染后共有 196 人患新冠肺炎，求每轮传染中平均 1 个人传染了几个人？

【答案】 13 个人 .

【解析】 设平均一人传染 x 人，由题意得： $x + 1 + x(x + 1) = 196$,

整理得： $x^2 + 2x - 195 = 0$,

解得： $x_1 = 13$, $x_2 = -15$, (不合题意，舍去)

答：每轮传染中平均一个人传染了 13 个人 .

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

25. 初三上学期单元测试《一元二次方程》第48题 ★★★

某种电脑病毒传播速度非常快，如果一台电脑被感染，经过两轮感染后就会有 81 台电脑被感染 . 请你用学过的知识分析，每轮感染中平均一台电脑会感染几台电脑？若病毒得不到有效控制，3 轮感染后，被感染的电脑会不会超过 700 台？

【答案】 会感染 8 台电脑，3 轮感染后，被感染的电脑会超过 700 台 .

【解析】 设每轮感染中平均每一台电脑会感染 x 台电脑，依题意得：

$1 + x + (1 + x)x = 81$,

整理得 $(1 + x)^2 = 81$,

则 $x + 1 = 9$ 或 $x + 1 = -9$,

解得 $x_1 = 8$, $x_2 = -10$ (舍去),

$$\therefore (1+x)^2 + x(1+x)^2 = (1+x)^3 = (1+8)^3 = 729 > 700.$$

答: 每轮感染中平均每一台电脑会感染 8 台电脑, 3 轮感染后, 被感染的电脑会超过 700 台.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

练习

26. 2018~2019学年10月湖北武汉武昌区武昌区粮道街中学初三上学期月考第14题3分 ★★

若三人患了红眼病, 经过两轮传染共有 108 人患病按照这样的传染速度, 若五人患了红眼病, 第一轮传染之后共有 _____ 人患病.

【答案】 30

【解析】 像种病的传播速度是一人可传 x 人.

$$3 + 3x + (3x + 3)x = 108$$

解得: $x = 5$ 或 $x = -7$

$$\therefore 5 + 5 \times 5 = 30.$$

故答案为: 30.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

27. 2019~2020学年9月天津南开区天津市育贤中学初三上学期月考第14题3分 ★★

某种传染性牛疾在牛群中传播迅猛, 平均一头牛每隔 6 小时能传染 m 头牛, 现知一养牛场有 a 头牛染有此病, 那么 12 小时后共有 _____ 头牛染上此病 (用含 a 、 m 的代数式表示).

【答案】 $a(m+1)^2$

【解析】 $\because$ 平均一头羊每隔 6 小时能传染 m 头羊,

$\therefore$ 12 小时能传染两轮.

$$\text{根据题意得: } a + am + m(a + am) = a(m+1)^2.$$

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

28. ★★★

某生物实验室需培育一群有益菌. 现有 60 个活体样本, 经过两轮培植后, 总和达 24000 个, 其中每个有益菌每一次可分裂出若干个相同数目的有益菌.

(1) 每轮分裂中每个有益菌可分裂出多少个有益菌?

(2) 按照这样的分裂速度, 经过三轮培植后共有多少个有益菌?

【答案】 (1) 19个.

(2) 480000个.

【解析】 (1) 设每轮分裂中每个有益菌可分裂出 x 个有益菌, 根据题意, 得

$$60(1+x)^2 = 24000.$$

解得 $x_1 = 19$, $x_2 = -21$ (不合题意舍去).

答: 每轮分裂中每个有益菌可分裂出 19 个有益菌.

(2) $60 \times (1+19)^3 = 60 \times 20^3 = 480000$ (个).

答: 经过三轮培植后共有 480000 个有益菌.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

练习

29. 2019~2020学年天津河东区天津市育才中学初三上学期期中第22题10分 ★★★

九(3)班张华老师自编了一套健美操, 他先教会一些同学, 然后让学会的同学每人教会相同的人数, 每人每轮教会的人数相同. 这样, 经过两轮, 全班 57 人 (含张华老师) 都能做这套健美操, 问: 每轮中每人必须教会几人?

【答案】 7人.

【解析】 设每轮中每人必须教会人数为 x ,

$$\text{由题意得 } 1 + x + x^2 = 57,$$

$$(x+8)(x-7) = 0.$$

解得 $x_1 = 7$, $x_2 = -8$ (不合题意舍去).

故每轮中每人必须教会 7 人.

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

30. 2019~2020学年天津南开区天津市南开翔宇学校初二下学期期中第5题4分 ★★

某校“研学”活动小组在一次野外实践时, 发现一种植物的主干长出若干数目的支干, 每个支干又长出同样数目的小分支, 主干、支干和小分支的总数是 43, 则这种植物每个支干长出的小分支个数是 () .

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

【答案】 A

【解析】设这种植物每个支干长出 x 个小分支，

由题意知：

$$1 + x + x^2 = 43 ,$$

$$x^2 + x - 42 = 0 ,$$

$$(x + 7)(x - 6) = 0 ,$$

$$x_1 = -7 , x_2 = 6 ,$$

$$\because x > 0 ,$$

$$\therefore x = 6 .$$

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

31. 2017~2018学年湖北武汉青山区初三上学期期中第14题3分 ★★★

为了宣传环保，刘红同学写了一篇倡议书，决定用微信的方式传播，她设计了如下的传播规则：将倡议书点对点的发给自己 n 个微信好友，每位好友收到后，又转发给自己 n 个与前面 n 个人互不相同的好友，依次类推，已知经过两轮传播后，共有 133 人参与了活动，则 $n =$ _____ .

【答案】 11

【解析】 $\because n^2 + n + 1 = 133 ,$

$$\therefore n = 11 .$$

故答案为：11 .

【标注】【知识点】一元二次方程的传播问题

四、单循环问题

练习

32. 2018~2019学年10月广东广州越秀区广州市育才实验学校初三上学期月考第7题3分 ★★

某航空公司有若干个飞机场，每两个飞机场之间都开辟一条航线，一共开辟了 10 条航线，则这个航空公司共有飞机场（ ） .

A. 4个

B. 5个

C. 6个

D. 7个

【答案】 B

【解析】 飞机场可以看作是点，航线可以看作过点画的直线，设有 n 个机场就有 $\frac{n(n-1)}{2} = 10 ,$

解得 $n = 5$ 或 $n = -4$ (舍去) .

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

33. 2020~2021学年湖北武汉江岸区初三上学期期中第18题8分 ★★

10月11日，2020中国女超联赛在昆明海埂基地落幕，最终武汉车都江大队夺得冠军。本赛季共有 x 支球队参加了第一阶段的比赛，每两队之间进行一场比赛，第一阶段共进行了 45 场比赛，求 x 的值。

【答案】 $x = 10$.

【解析】 ∵ 有 x 支球队参加了第一阶段的比赛，

∴ 每队进行 $(x - 1)$ 场比赛，

∴ 每两队之间进行一场比赛，

$$\therefore \frac{1}{2}x(x - 1) = 45 ,$$

解得： $x_1 = 10$, $x_2 = -9$,

∵ x 是正整数，

∴ $x = 10$.

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

34. 2020~2021学年上海浦东新区上海外国语大学附属浦东外国语学校初二上学期期中第15题 ★★

一个小组的同学互相握手，规定每个同学都与其他同学握一次手，共计握手 120 次，设小组共有 x 人，则可列出方程为 _____ .

【答案】 $\frac{x(x - 1)}{2} = 120$

【解析】 由题意，可列方程为 $\frac{x(x - 1)}{2} = 120$,

故答案为： $\frac{x(x - 1)}{2} = 120$.

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

练习

35. 2019~2020学年10月天津河东区天津市第一零二中学初三上学期月考第11题3分 ★★

要组织一次排球邀请赛，参赛的每个队之间要比赛两场，根据场地和时间等条件，赛程计划安排 7 天，每天安排 8 场比赛，若设比赛组织者应邀请 x 个队参赛，则 x 满足的关系式为 () .

- A. $\frac{1}{2}x(x + 1) = 56$ B. $\frac{1}{2}x(x - 1) = 56$ C. $x(x + 1) = 56$ D. $x(x - 1) = 56$

【答案】 D

【解析】 设比赛组织者应邀请 x 个队参赛，则每个队需与 $(x-1)$ 个队比赛，

根据题意得： $x(x-1) = 7 \times 8$ ，

即 $x(x-1) = 56$.

故选：D .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的其他实际问题

36. 2019~2020学年山东烟台芝罘区山东省烟台第二中学北校区初三下学期期中第4题4分 ★★

微信给人们带来了方便和快乐，某微信群规定，群内的每个人都要发一个红包，并保证群内其他人
都能抢到，且自己不能抢自己发的红包，若此次抢红包活动，群内所有人共收到 132 个红包，设该群
内一共有 x 人，则 () .

- A. $x(x-1) = 132$ B. $\frac{x(x-1)}{2} = 132$ C. $x(x+1) = 132$ D. $\frac{x(x+1)}{2} = 132$

【答案】 A

【解析】 设该群一共有 x 人，则每人收到 $(x-1)$ 个红包，依题意得： $x(x-1) = 132$.

故选 A .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的握手、送礼物问题

37. 2020~2021学年12月重庆九龙坡区重庆市杨家坪中学初三上学期月考第6题4分 ★★

九年级 (3) 班文学小组在举行的图书共享仪式上互赠图书，每个同学都把自己的图书向本组其他
成员赠送一本，全组共互赠了 240 本图书，如果设全组共有 x 名同学，依题意，可列出的方程是 () .

- A. $x(x+1) = 240$ B. $x(x-1) = 240$ C. $2x(x+1) = 240$ D. $\frac{1}{2}x(x+1) = 240$

【答案】 B

【解析】 设全组共有 x 名同学，那么每名同学送出的图书是 $(x-1)$ 本；

则总共送出的图书为 $x(x-1)$ ；

又知实际互赠了 240 本图书，

则 $x(x-1) = 240$.

故答案为：B .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的握手、送礼物问题

38. 2020~2021学年10月山东青岛胶州市胶州市第二十六中学初三上学期月考第19题3分 ★★

某初中毕业班的第一个同学都将自己的相片向全班其他同学各送一张表示留念，全班共送了 2550 张相片，如果全班有 x 名学生，根据题意，列出方程 _____ ．

【答案】 $x^2 - x - 2550 = 0$

【解析】 设全班有 x 名同学，则每人送出 $(x - 1)$ 张相片，
根据题意得 $x(x - 1) = 2550$ ，
即 $x^2 - x - 2550 = 0$ ，
∴ 答案为： $x^2 - x - 2550 = 0$ ．

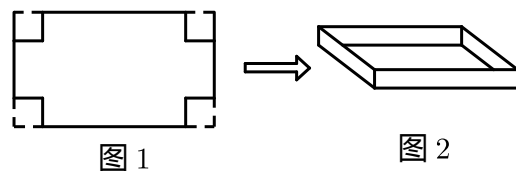
【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

五、几何问题

练习

39. 2017~2018 学年江苏扬州邗江区梅岭中学初三上学期期末第 21 题 8 分 ★★★

一张长为 30cm，宽 20cm 的矩形纸片，如图 1 所示，将这张纸片的四个角各剪去一个边长相同的正方形后，把剩余部分折成一个无盖的长方体纸盒，如图 2 所示，如果折成的长方体纸盒的底面积为 264cm^2 ，求剪掉的正方形纸片的边长．



【答案】 剪掉的正方形纸片的边长为 4 cm ．

【解析】 设剪掉的正方形纸片的边长为 x cm ．

由题意，得 $(30 - 2x)(20 - 2x) = 264$ ．

整理，得 $x^2 - 25x + 84 = 0$ ．

解方程，得 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 21$ （不符合题意，舍去）．

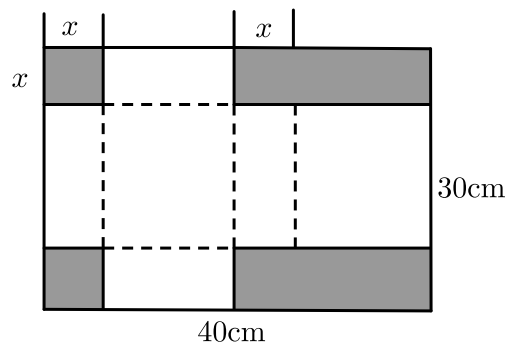
答：剪掉的正方形纸片的边长为 4 cm ．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

40. 2019~2020 学年甘肃兰州城关区城关区树人中学初三上学期期中第 7 题 ★★

如图，把长 40cm，宽 30cm 的矩形纸板剪掉 2 个小正方形和 2 个小矩形（阴影部分即剪掉部分），将剩余的部分折成一个有盖的长方体盒子，设剪掉的小正方形边长为 x cm（纸板的厚度忽略不计），

若折成长方体盒子的表面积是 950cm^2 ，则 x 的值是（ ）。



A. 3

B. 4

C. 4.8

D. 5

【答案】 D

【解析】 依题意，得： $40 \times 30 - 2x^2 - 2x \cdot \left(x + \frac{40 - 2x}{2}\right) = 950$ ，

整理，得： $x^2 + 2x - 125 = 0$ ，

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = -25$ （不合题意，舍去）。

故选 D。

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

练习

41. 2013~2014学年北京海淀区初三上学期期中第18题 ★★★

如图，有一块长 20 米，宽 12 米的矩形草坪，计划沿水平和竖直方向各修一条宽度相同的小路，剩余的草坪面积是原来的 $\frac{3}{4}$ ，求小路的宽度。



【答案】 小路的宽度是 2 米。

【解析】 设小路的宽度是 x 米。

由题意可列方程， $(20 - x)(12 - x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 12$ 。

化简得， $x^2 - 32x + 60 = 0$ 。

解得， $x_1 = 30$ ， $x_2 = 2$ 。

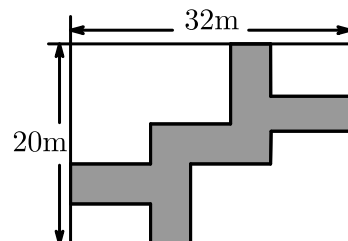
由题意可知 $x = 30 > 20$ 不合题意舍去， $x = 2$ 符合题意。

答：小路的宽度是 2 米。

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

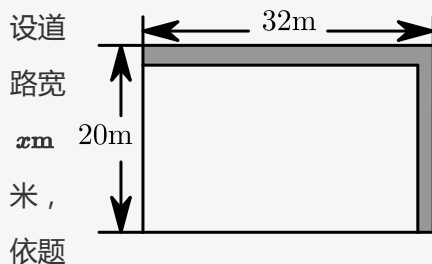
42. 2019~2020学年9月天津东丽区北大附中天津东丽湖学校初三上学期月考第22题 ★★★

如图，在宽为 20m，长为 32m 的矩形地面上修筑同样宽的道路（图中阴影部分），余下的部分种上草坪，要使草坪的面积为 540m^2 ，求道路的宽。



【答案】 2米 .

【解析】 设道



路宽 x 米，依题

意得： $(32 - x)(20 - x) = 540$.

整理得 $x^2 - 52x + 100 = 0$.

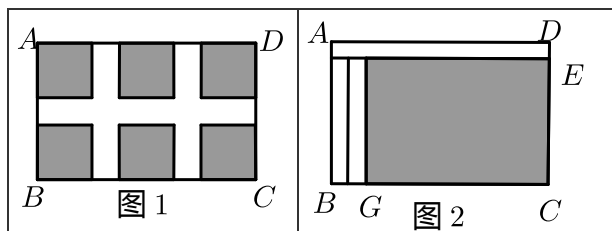
解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 50$ (舍去) .

答：道路的宽为 2米 .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的几何问题

43. 2015~2016学年9月天津和平区耀华嘉诚国际中学初三上学期月考第22题10分 ★★★

如图 1 . 某小区计划在一个长为 40m、宽为 26m 的矩形 $ABCD$ 内部修建三条同样宽的甬路，使其中两条与 AB 平行，另一条与 AD 平行，其余部分种草，若使每一块草坪的面积都为 144m^2 ，求甬路的宽度 . 分析：为了更容易寻找题目中的相等关系，可想象将横、竖甬路平移，这样问题转化为如图 2 的情况，得到矩形 $EFGC$. 设甬路的宽度为 x m .



(1) 用含 x 的代数式表示： $EC =$ _____ m , $CG =$ _____ m , 矩形 $EFGC$ 的面积为 _____ m^2

(2) 列出方程并完成本题解答 .

【答案】 (1) $(26 - x)$; $(40 - 2x)$; $(26 - x)(40 - 2x)$

(2) 甬路的宽度为 2m .

【解析】(1) 根据题意得： $EC = (26 - x)\text{m}$ ， $CG = (40 - 2x)\text{m}$. 矩形 $EFGC$ 面积为 $(26 - x)(40 - 2x)\text{m}^2$. 故答案是： $(26 - x)$ ， $(40 - 2x)$ ， $(26 - x)(40 - 2x)$

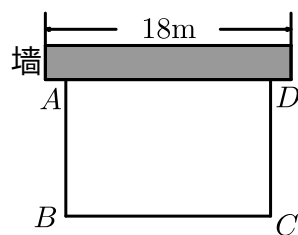
(2) 根据题意得： $(26 - x)(40 - 2x) = 144 \times 6$ ，解得：解得 $x_1 = 44$ ， $x_2 = 2$ ，当 $x = 44$ 时不符合题意，故舍去，所以 $x = 2$ ，答：甬路的宽度为 2m .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

练习

44. 2019~2020学年9月天津和平区天津市九十中学初三上学期月考第21题8分 ★★★

某农场要建一个长方形的养鸡场，鸡场的一边靠墙，（墙长 18m ）另外三边用木栏围成，木栏长 35m ，若养鸡场面积为 150m^2 ，求鸡场 AB 的边长 .



【答案】 AB 的边长为 10m .

【解析】 设垂直于墙的边长为 $x\text{m}$ ，

依题意得： $x(35 - 2x) = 150$ ，

$2x^2 - 35x + 150 = 0$ ，解得： $x_1 = 10$ ， $x_2 = 7.5$ ，

当 $x = 10$ 时， $35 - 2x = 15 < 18$ ，符合实际意义，

当 $x = 7.5$ 时， $35 - 2x = 20 > 18$ ，不符合实际意义，舍去，

答：养鸡场的长是 15m ，宽 AB 是 10m .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

45. 2016~2017学年10月湖北武汉江岸区武汉市八十一中学初三上学期月考第20题8分 ★★★

某农场要建一个长方形的养鸡场，鸡场的一边靠墙（墙宽 10m ），另三边用木栏围成，中间隔有一道木栏，木栏的总长为 23m .



(1) 请你设计一个鸡场，使该鸡场的面积达到 40m^2 .

(2) 你能设计一个面积为 50m^2 的鸡场吗？请说明理由 .

【答案】 (1) 鸡场宽 5m、长 8m .

(2) 鸡场面积不能达到 50m^2 .

【解析】 (1) 设鸡场宽为 $x(\text{m})$,

$$x(23 - 3x) = 40 ,$$

$$3x^2 - 23x + 40 = 0 ,$$

$$(3x - 8)(x - 5) = 0 ,$$

$$x_1 = \frac{8}{3} , x_2 = 5 ,$$

$$x = \frac{8}{3} \text{ 时 } 23 - 3x = 15 > 10 ,$$

$$x = 5 \text{ 时 } 23 - 3x = 8 < 10 ,$$

故鸡场宽 5m、长 8m .

$$(2) x(23 - 3x) = 50 ,$$

$$3x^2 - 23x + 50 = 0 ,$$

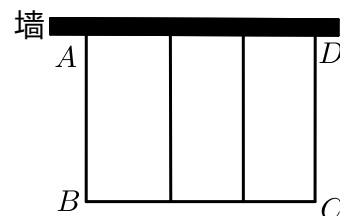
$$\Delta = 23^2 - 4 \times 3 \times 50 = -71 < 0 ,$$

故鸡场面积不能达到 50m^2 .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

46. 2020~2021学年10月天津和平区和平区第九十中学初三上学期月考第14题3分 ★★

如图，要利用一面墙（墙长为 25 米）建羊圈，用 100 米的围栏围成总面积为 400 平方米的三个大小相同的矩形羊圈，则羊圈的边长 AB 为 _____ 米 .



【答案】 20

【解析】 设 AB 的长度为 x , 则 BC 的长度为 $(100 - 4x)$ 米 .

$$\text{根据题意得 } (100 - 4x)x = 400 ,$$

$$\text{解得 } x_1 = 20 , x_2 = 5 .$$

$$\text{则 } 100 - 4x = 20 \text{ 或 } 100 - 4x = 80 .$$

$$\because 80 > 25 ,$$

$$\therefore x_2 = 5 \text{ 舍去 .}$$

$$\text{即 } AB = 20 , BC = 20 .$$

答：羊圈的边长 AB , BC 分别是 20 米、20 米 .

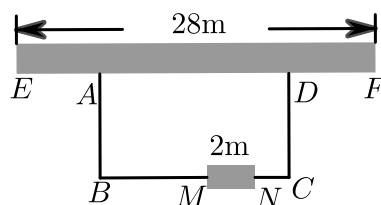
故答案为：20 .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

练习

47. 2020~2021学年10月江苏苏州工业园区星港学校初三上学期月考第23题7分 ★★★

如图，利用一面墙（墙 EF 最长可利用 28 米），围成一个矩形花园 $ABCD$. 与墙平行的一边 BC 上要预留 2 米宽的入口（如图中 MN 所示，不用砌墙）. 用砌 60 米墙的材料，当矩形的长 BC 为多少米时，矩形花园的面积为 300 平方米；能否围成 480 平方米的矩形花园，为什么？



【答案】当矩形的长 BC 为 12 米时，矩形花园的面积为 300 平方米；不能围成 480 平方米的矩形花园 .

【解析】设矩形花园的长 BC 为 x 米，则其宽为 $\frac{1}{2}(60 - x + 2)$ 米，依题意列方程得：

$$\frac{1}{2}(60 - x + 2)x = 300 ,$$

$$x^2 - 62x + 600 = 0 ,$$

解这个方程得： $x_1 = 12$, $x_2 = 50$,

$$\because 28 < 50 ,$$

$$\therefore x_2 = 50 \text{ (不合题意, 舍去) ,}$$

$$\therefore x = 12 .$$

$$\frac{1}{2}(60 - x + 2)x = 480 ,$$

$$x^2 - 62x + 960 = 0 ,$$

解这个方程得： $x_1 = 32$, $x_2 = 30$,

$$\because 2 \times 28 < 30 < 32 ,$$

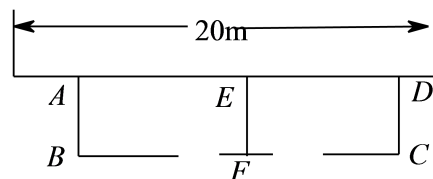
$$\therefore x_1 = 32 , x_2 = 30 \text{ (不合题意, 舍去) ,}$$

答：当矩形的长 BC 为 12 米时，矩形花园的面积为 300 平方米；不能围成 480 平方米的矩形花园 .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

48. 2015~2016学年湖北武汉江汉区初三上学期期中第21题8分 ★★★

如图，星光中学课外活动小组准备围建一个矩形生物苗圃园，其中一边靠墙（墙的长度为 20m ），其余部分用篱笆围成，且中间用一段篱笆把它分隔成了两个矩形，两个矩形各留一道 1m 宽的门，已知篱笆的总长度为 34m 。



- (1) 设图中 AB （与墙垂直的边）的长为 $x\text{m}$ ，请用含 x 的代数式表示 AD 的长。
 (2) 若整个苗圃园的总面积为 96m^2 ，求 AB 的长。

【答案】 (1) $AD = 36 - 3x$

(2) 当 $AB = 8\text{m}$ 时，可使总面积为 96m^2 。

【解析】 (1) $AD = 36 - 3x$ 。

(2) $x(36 - 3x) = 96$,

$$x_1 = 4, x_2 = 8$$

当 $x = 4$ 时， $AD = 24 > 20$ （舍去）

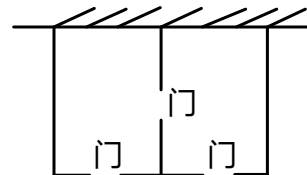
当 $x = 8$ 时， $AD = 12 < 20$ 符合题意

答：当 $AB = 8\text{m}$ 时，可使总面积为 96m^2 。

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

49. 2018~2019学年10月天津南开区天津崇化中学初三上学期月考第16题3分 ★★

某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留 1m 宽的门。已知计划中的材料可建墙体（不包括门）总长为 27m ，则能建成的饲养室总占地面积最大为 _____ m^2 。



【答案】 75

【解析】 设垂直于墙的材料长为 $x\text{m}$ ，

则平行于墙的材料长为 $27 + 3 - 3x = 30 - 3x$ ，

则总面积 $S = x(30 - 3x) = -3x^2 + 30x = -3(x - 5)^2 + 75$ ，

故饲养室的最大面积为 75平方米 。

